



## DEMONSTRAÇÃO DA FÓRMULA DO BARICENTRO COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GRATUITO GEOGEBRA

*Nilce Fátima Scheffer<sup>1</sup>  
Pietra Pasin<sup>2</sup>*

**Resumo:** Apresentam-se neste trabalho algumas reflexões obtidas a partir de um Projeto de Pesquisa que objetiva investigar possibilidades exploratórias de Geometria Analítica com o software dinâmico GeoGebra. Nesse estudo foram verificados conceitos de Geometria Analítica referentes ao estudo do Ponto e da Reta que podem ser explorados com o software. Além desses aspectos, também foram desenvolvidos estudos teóricos tendo em vista a inclusão digital e formação de professores de matemática, bem como, o estudo de geometria e a utilização de recursos informáticos. A partir do estudo, verificou-se que o Software GeoGebra apresenta boas possibilidades para explorar demonstrações, propriedades e conceitos de Geometria Analítica, aspectos que destacam a valorização de um trabalho diferenciado com a utilização de tecnologias no Curso de Licenciatura em Matemática. Com o estudo aqui apresentado, pretende-se apresentar subsídios que contribuam à prática docente no Curso de Licenciatura em Matemática, para que professores em formação vivenciem a utilização de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem.

**Palavras-chave:** Software GeoGebra, Geometria Analítica, Formação de Professores, Educação Matemática.

### 1 INTRODUÇÃO

O trabalho aqui apresentado tem por meta investigar conceitos de Geometria Analítica que vão desde o Estudo do Ponto até o Estudo das Cônicas com o auxílio do software gratuito de matemática GeoGebra.

---

<sup>1</sup> Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões URI - Campus de Erechim. Professora Doutora do Depto. de Ciências Exatas e da Terra, Curso de Matemática, Líder do Grupo de Pesquisa em Informática, Tecnologias e Educação Matemática. e-mail: snilce@uri.com.br

<sup>2</sup> Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões URI - Campus de Erechim. Acadêmica do Curso de Matemática, Bolsista de Iniciação Científica do programa PIBIC/CNPq, Membro do Grupo de Pesquisa em Informática, Tecnologias e Educação Matemática. e-mail: pasin2005@hotmail.com



A pesquisa tem como foco, além do levantamento dos conceitos de Geometria Analítica que podem ser explorados com o software GeoGebra, a elaboração de atividades exploratórias que se constituirão em proposta prática de trabalho para o Curso de Licenciatura em Matemática.

Neste trabalho, busca-se apresentar os estudos teóricos desenvolvidos no decorrer da pesquisa que consideraram a inclusão digital e formação de professores de matemática, bem como o estudo de geometria e a utilização de recursos informáticos, além de apresentar uma atividade exploratória de matemática referente à demonstração da fórmula para determinar as coordenadas do Baricentro com o auxílio do software GeoGebra.

O estudo considera que os ambientes informatizados presentes nas escolas podem ser melhor aproveitados e utilizados no processo de ensino e aprendizagem se os professores de matemática souberem a melhor forma de implementá-los e tiverem acesso e condições de material exploratório destes recursos na sua prática pedagógica.

Dessa forma, é fundamental que os acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática vivenciem experiências da utilização das tecnologias no decorrer de sua própria aprendizagem, vivenciando a importância dessa aplicação, levando para sua prática pedagógica a inovação, implementando tecnologias para aperfeiçoar o ensino e a aprendizagem de matemática.

## **2 INCLUSÃO DIGITAL E FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Segundo Bairral, 2009, p. 101, “Toda atividade humana é mediada por alguma tecnologia”, assim, é muito discutida a necessidade de utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) nas atividades pedagógicas, tendo em vista que este recurso pode modificar a cultura profissional do próprio educador e tornar o processo de ensino e aprendizagem mais significativo, interativo, crítico e atraente aos estudantes.

De acordo com Scheffer et al. (2010), a presença da informática no processo de construção de conceitos matemáticos e de formação do estudante tem despertado discussões,



pesquisas e reflexões, que perante o crescente espaço que as tecnologias informáticas vem assumindo nos contextos educacionais, tornam evidente a importância da relação entre matemática e tecnologias.

Bittar (2010) discute essa importância de incluir tecnologias nas aulas de matemática, destacando que

[...] a utilização adequada de um *software* permite uma melhor compreensão do funcionamento cognitivo do aluno, favorecendo a individualização da aprendizagem e desenvolvendo a autonomia do estudante, o que é fundamental para que sua aprendizagem seja significativa. p. 209

Além disso, no ensino de matemática, as tecnologias contribuem para que os conceitos sejam compreendidos a partir da visualização. A utilização de softwares matemáticos pode tornar mais expressiva a descoberta, o entendimento e a verificação de propriedades, tornando o aluno ativo no seu próprio processo de aprendizagem. Dessa forma, este recurso pode ser um aliado do professor que deseja que seus alunos realmente aprendam e percebam a beleza da matemática.

Porém, segundo Bairral (2010), ainda são muitos os professores que se recusam a utilizar tecnologias em suas aulas, por se considerarem detentores de todo o saber. Por esse motivo, não se arriscam a serem ultrapassados por seus alunos, cuja aprendizagem de uma nova ferramenta tecnológica normalmente se faz de forma muito mais rápida do que a sua.

Estudos apontam que a falta de preparo é outro motivo que leva professores a não implementarem as TIC em suas aulas ou, muitas vezes, não empregá-las da melhor forma para aprimorar o processo educativo.

Nesse sentido, Abreu e Bairral (2010), evidenciam um estudo que apresenta dados sobre o uso dos computadores e da Internet em escolas públicas das capitais brasileiras. Essa pesquisa apontou, que, no que se refere à formação da equipe escolar, 74% dos profissionais tiveram pouco ou nenhum preparo para a utilização da tecnologia na formação inicial e que 72% dos docentes não se sentiam preparados para utilizar o computador em sala de aula. O



estudo evidencia também que, na maioria dos casos, os professores, quando utilizam a informática, só fazem uso de programas básicos e não relacionados ao ensino de conteúdos específicos.

Considerando esses dados, os autores destacam que não basta ter acesso ao computador, é necessário ter planejamento e uma mudança na formação dos professores para que essa ferramenta seja realmente utilizada no processo de ensino e de aprendizagem.

Dessa forma, o sucesso da inclusão das TIC, mais propriamente de softwares educativos nas aulas, não depende somente das ferramentas que eles oferecem, mas, principalmente da forma como o professor as utiliza. Portanto, de acordo com Giraldo e Muruci (2010), estar capacitado para o uso desses ambientes é fundamental.

Entretanto, Bittar (2010), argumenta que além de muitos professores de diversos níveis de escolaridade não interagirem efetivamente com a tecnologia em suas aulas, isso acontece também nos cursos de formação de professores.

É imprescindível que esse quadro mude, para que os cursos oportunizem momentos de discussão e reflexão teórica a respeito da inclusão das TIC nas aulas de matemática. Segundo Bairral (2009), futuros professores, com ou sem experiência com a informática, precisam aprofundar discussões sobre o seu próprio aprendizado com as TIC. Portanto, torna-se indispensável também oferecer aos acadêmicos de Cursos de Licenciatura em Matemática oportunidades de vivenciarem a importância das tecnologias para a compreensão de conceitos e propriedades.

Dessa forma, se durante seu curso de formação, o professor utilizar TIC para estudar e verificar que sua aprendizagem se tornou mais ampla e significativa devido à utilização das TIC, provavelmente também as utilizará em sua prática profissional, com o objetivo de propiciar aos alunos a experiência de serem ativos no processo de aprendizagem.

Bittar (2006) destaca a importância de um trabalho com essas características, quando diz que a verdadeira integração da tecnologia somente acontecerá quando o professor vivenciar o processo, ou seja, quando a tecnologia representar um instrumento importante de aprendizagem para todos, inclusive, e, sobretudo, para o professor, afinal somos reflexos de



nossas experiências.

Assim, é necessário que futuros professores concluam o curso de formação sabendo como utilizar os recursos. Nesse sentido, Bairral (2010) evidencia que

[...] o professor deve desenvolver um conhecimento profissional que lhe permita implementar práticas que não coloquem a essência na informática, mas na natureza do pensamento matemático produzido nos contextos mediados e impregnados pela tecnologia. p. 127

Para que isso aconteça, também é fundamental que o professor conheça bem os recursos que irá utilizar. De acordo com esse autor, a utilização do software educativo exige, por parte do professor, um conhecimento técnico e didático. Técnico porque precisa ser capaz de manusear um novo recurso, didático, porque deve compreender de forma profunda o modo de explorá-lo para potencializar a aprendizagem matemática dos alunos.

Diante disso, fica evidente que uma formação inicial de qualidade, que mostre ao licenciando a partir da vivência e da prática a importância da utilização das TIC nas aulas de matemática e os caminhos corretos para essa implementação, é fundamental para que existam professores capacitados para tornarem as aulas de matemática mais fascinantes e expressivas.

### **3 ESTUDO DE GEOMETRIA E A UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIAS**

Diante da importância de aliar as tecnologias ao processo de ensino e aprendizagem, acredita-se que deve haver também uma reflexão quanto às maneiras de ensinar geometria com a utilização de tecnologias, considerando que esse ramo da matemática vem assumindo um papel abrangente no cenário da educação matemática. Como destaca Bairral (2009), com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN no Brasil, a geometria aparece como um dos temas relevantes depois de ter sido praticamente abandonada do currículo por influência do movimento da Matemática Moderna.



Esse mesmo autor afirma que o trabalho com a geometria possibilita o desenvolvimento de nossa capacidade de imaginar, criar, experimentar, analisar, representar e argumentar, sendo assim, o professor precisa usar diferentes recursos para a criação de situações de aprendizagem desafiadoras,

Assim, considera-se que os cursos de formação docente devem oferecer ao professor práticas que envolvam ferramentas para enfrentar situações de ensino e de aprendizagem novas e de diferentes tipos.

Costa, Janzen e Rolkouski (2006), também destacam que atualmente há várias possibilidades de se trabalhar a geometria além de papel e lápis e os instrumentos de desenho.

Implementar esses recursos, porém, implicam numa reflexão e discussão dos processos geométricos envolvidos. Assim, o professor, ao utilizar softwares para trabalhar com geometria em suas aulas, deve estar preparado para discutir com os alunos os conceitos e propriedades geométricas envolvidas no desenvolvimento das atividades. Para que isso aconteça, é necessário que o educador tenha uma formação de qualidade para saber utilizar as tecnologias para aperfeiçoar cada vez mais o ensino de geometria.

Diante disso, o estudo aqui apresentado pretende propor atividades dinâmicas a serem desenvolvidas com um software gratuito de matemática na disciplina de Geometria Analítica de um Curso de Licenciatura em Matemática. Neste trabalho será apresentada uma das atividades elaboradas até o momento, referente à demonstração e exploração da fórmula do baricentro com o auxílio do software GeoGebra

#### **4 DEMONSTRAÇÃO DINÂMICA DA FÓRMULA DO BARICENTRO**

Após um estudo das ferramentas que o Software Gratuito de Matemática GeoGebra oferece, foram levantados conceitos de Geometria Analítica referentes ao Estudo do Ponto e da Reta que podem ser explorados com o auxílio deste software e foram elaboradas atividades para introduzir e desenvolver esses conceitos no Curso de Licenciatura em Matemática.

A seguir, apresenta-se uma das atividades elaboradas, que tem por objetivos principais

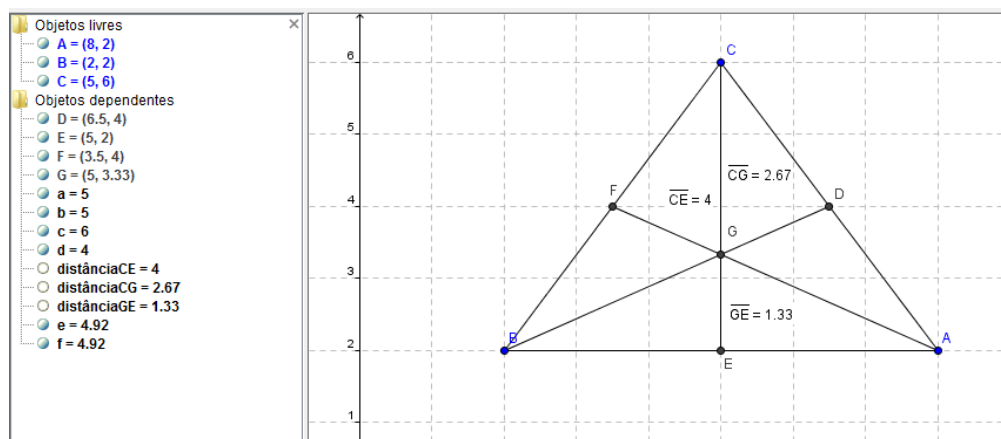
demonstrar e explorar, com o auxílio do software GeoGebra, o modelo matemático que determina as coordenadas do Baricentro.

#### 4.1 Encaminhando a Discussão

A partir da construção do triângulo e traçado de suas medianas no software GeoGebra, defina Baricentro e faça a demonstração do Modelo Matemático para determinar suas coordenadas.

#### 4.2 Construção 1

Construa no software GeoGebra um triângulo de vértices  $A=(8,2)$ ,  $B=(2,2)$  e  $C=(5,6)$ , trace as medianas e determine o Baricentro.



**Figura 1** – Baricentro do Triângulo ABC

Observe a construção e determine a relação existente entre o comprimento do segmento  $\overline{CG}$  e  $\overline{GE}$  e a distância entre o Ponto Médio e o Baricentro.

#### 4.3 Discussão

A medida do segmento  $\overline{GE}$  é 1,33 e do  $\overline{CG}$  é 2,67, portanto, verifica-se que  $\overline{CG}$  tem



a metade do comprimento de  $\overline{GE}$ .

A mediana tem comprimento 4 e a distância entre o Ponto Médio do segmento  $\overline{AB}$  ao Baricentro é de aproximadamente 1,33 ( $\overline{GE}$ ). Conseqüentemente, verifica-se que a distância do Ponto Médio de um lado ao Baricentro é igual a  $1/3$  da medida da mediana.

Estabeleça as mesmas relações para as demais medianas e verifique que a distância do Ponto Médio de um lado do triângulo ao Baricentro é sempre  $1/3$  da medida da mediana. Pode-se verificar também que a medida do segmento traçado de um extremo da mediana ao baricentro é sempre a metade da distância do baricentro ao outro extremo.

Essas relações podem ser comprovadas movimentando os vértices, alterando as medidas. Para isso, deve-se clicar com o botão direito do mouse sobre o vértice e imovimentá-lo.

A partir dessa atividade e das relações estabelecidas, determine o modelo matemático para as coordenadas do baricentro do triângulo ABC, dados  $A=(x_1, y_1)$ ,  $B=(x_2, y_2)$  e  $C=(x_3, y_3)$ .

#### 4.4 Construção 2

A partir da representação vetorial, trace na construção 1 os vetores  $\overrightarrow{CG}$  e  $\overrightarrow{GE}$ , digitando no campo “Entrada” do software GeoGebra: `vetor[C, G] – Enter`; `vetor[G, E] – Enter`. Observe a construção na figura 2:

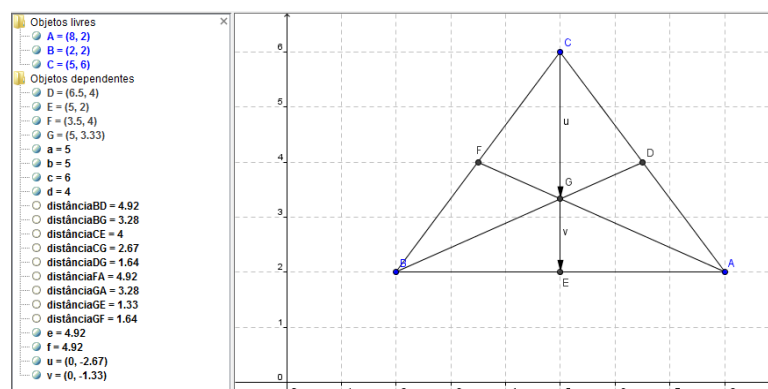


Figura 2





Pode-se dizer também que o Ponto Médio E é  $\left(\frac{B+A}{2}\right)$ . Assim, podemos demonstrar o modelo matemático para as coordenadas do Baricentro:

$$\mathbf{u} \text{ ou } \overrightarrow{CG} = 2 \cdot \overrightarrow{GE} \text{ ou } 2 \cdot \mathbf{v}$$

$$G-C = 2(E-G)$$

$$G-C = 2E - 2G$$

$$G+2G = 2E+C$$

$$3G = 2 \cdot \left(\frac{B+A}{2}\right) + C$$

$$G = \frac{A+B+C}{3}$$

$$G = \frac{(x_1, y_1) + (x_2, y_2) + (x_3, y_3)}{3}$$

$$X_G = \frac{x_1+x_2+x_3}{3} \quad e \quad Y_G = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$$

Retomando a discussão inicial, pode-se confirmar que, aplicando as fórmulas, obtêm-se as coordenadas do Baricentro do triângulo ABC, apresentado na construção 1.

*Vértices do triângulo ABC: A=(8,2), B=(2,2) e C=(5,6)*

$$X_G = \frac{x_1+x_2+x_3}{3} \quad e \quad Y_G = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$$

$$X_G = (8 + 2 + 5)/3 \quad e \quad Y_G = (2 + 2 + 6)/3$$

$$X_G = 5 \quad e \quad Y_G = 3,33$$

$$G = (5; 3,33)$$

Na Zona Algébrica do software GeoGebra, observe as coordenadas do Baricentro do triângulo ABC:  $G = (5; 3,33)$ , confirmando assim a resposta.

Com esta ilustração, apresentamos uma possibilidade exploratória de demonstração a partir da geometria dinâmica para conceitos de Geometria Analítica com a utilização de um software gratuito, que tornou o estudo do conceito de Baricentro mais claro e prático.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a inserção dos softwares gratuitos na sala de aula, esses se tornam um recurso didático para aperfeiçoar o processo de ensino e de aprendizagem.

Como destacam Silva e Bairral (2010), por estarmos em um mundo globalizado, estar atualizado em um mundo virtual é fundamental para o professor, quando isso acontece, a aula se torna muito mais agradável e ilustrativa.

Assim, é necessário que os cursos de formação de professores oportunizem momentos de reflexão e de vivência da utilização das tecnologias da informação e comunicação, visando formar profissionais que tenham a consciência da importância dessa implementação e que saibam como fazê-la.

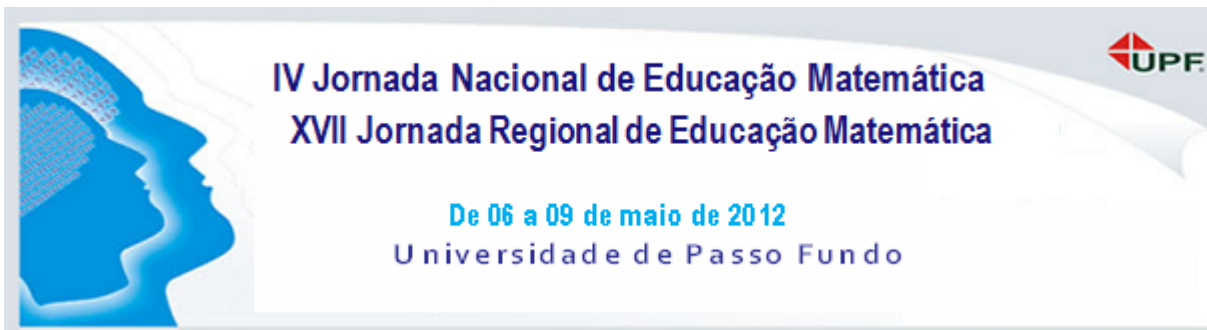
Diante disso, esperamos com a atividade apresentada, ter divulgado uma forma de explorar conceitos de Geometria Analítica, e, principalmente, a demonstração e exploração do modelo matemático do baricentro com o auxílio do software GeoGebra, a ser realizada com futuros professores.

Durante o processo de elaboração das atividades, ficou evidente a contribuição que as tecnologias e o software gratuito de matemática GeoGebra podem trazer para o desenvolvimento de conteúdos de Geometria Analítica, voltados, principalmente ao Curso de Licenciatura em Matemática.

## 6 REFERÊNCIAS

ABREU, P. F.; BAIARRAL, M. A. O uso que professores de matemática fazem da informática educativa em suas aulas. In: BAIARRAL, M. A. **Tecnologias informáticas, salas de aula e aprendizagens matemáticas**. Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2010. p. 19-33

BAIARRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2009.



BAIRRAL, M. A. Salvando os arquivos como. In: \_\_\_\_\_ **Tecnologias informáticas, salas de aula e aprendizagens matemáticas.** Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2010. p. 127-130.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias informáticas, salas de aula e aprendizagens matemáticas.** Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2010.

BITTAR, M. Possibilidades e dificuldades da incorporação do uso de softwares na aprendizagem na matemática. Um estudo de um caso: o software Aplusix. In: **SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, São Paulo. Anais do III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo: UFMS, 2006. p. 1-12.

BITTAR, M. incorporação de um software em uma sala de matemática: uma análise segundo a abordagem instrumental. In: JAHN, A. P.; ALLEVAT, N. S. G. **Tecnologias e educação matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores.** Recife: SBEM, 2010.

COSTA, D. M. B.; JANZEN, E. A.; ROLKOUSKI, E. Diferentes mídias na Exploração de Alguns Conceitos Geométricos. In: Anais do **III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2006.

GIRALDO, V.; MURUCI, M. L. Funções reais em ambientes de geometria dinâmica: tecnologia e saberes docentes. In: JAHN, A. P.; ALLEVAT, N. S. G. **Tecnologias e educação matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores.** Recife: SBEM, 2010.

SCHEFFER, N. F. et al. **Matemática e tecnologias: atividades de matemática para ensino fundamental e médio com a utilização de softwares gratuitos.** Erechim, RS: Edifapes, 2011.

SILVA, A. M.; BAIRRAL, M. A. Papel, lápis e o software Régua e Compasso em aulas de matemática. In: BAIRRAL, M. A. **Tecnologias informáticas, salas de aula e aprendizagens matemáticas.** Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2010. p. 57-67.