



A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS

Adrieli Aguiar dos Santos¹

Marta Cristina Cezar Pozzobon²

RESUMO:

Este artigo é resultado de uma pesquisa documental realizada em duas Coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental, utilizados por professores atuantes em escolas do município de Giruá - RS. O objetivo foi analisar como a História da Matemática é apresentada nessas Coleções e discutir se as mesmas possibilitam que os professores as considerem como um recurso metodológico para ensinar matemática. Com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais e algumas discussões apresentadas por autores como Mendes (2001), Pais (2006), Miguel (2005), entre outros que consideram o conhecimento histórico da matemática como fonte de interesse dos alunos pelo conteúdo matemático que lhes estaria sendo ensinado, analisamos os dados coletados através de leitura atenta e de anotações em tabelas. Para tanto foi necessário citar como é apresentado à história em cada coleção com relação à biografia de grandes matemáticos, textos históricos e fonte para a confecção de atividades para, em seguida, comparar as Coleções. Sendo assim, esta pesquisa procura destacar que somente com essas Coleções de livros didáticos não é possível utilizar o recurso da História da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, sendo necessário buscar e conhecer outros meios para fundamentar o recurso da História da Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Livros Didáticos, História da Matemática, Metodologia de Ensino.

Introdução

O ensino da matemática incentiva o aluno a construir suas ideias, refletir, concluir, enfim, contribui para sua formação intelectual e, ainda, equipando-o para exercer a cidadania. Todavia, para que os alunos sejam cativados pela Educação Matemática é preciso aumentar a

¹ Graduada em Licenciatura em Matemática pela UNIJUÍ – Universidade do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. adrieli_mat@yahoo.com.br

² Professora do Curso de Matemática – Licenciatura da UNIJUÍ – Universidade do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. marta.pozzobon@unijui.edu.br



participação deles na produção do conhecimento, atendo-se menos a regras e técnicas sem sentido. Para isso, o professor precisa passar por uma prática reflexiva de seus métodos e recursos de ensino.

O educador precisa ter uma postura reflexiva e crítica capaz de mostrar que não basta adotar somente um livro didático em sala de aula para que os alunos aprendam. É preciso tomar decisões particulares e também coletivas, baseadas em uma resistente bagagem conceitual, favorecendo a formação de alunos independentes, capazes de diferenciar formas de apresentação e de elaborar idéias frente a novas situações, diferentes daquelas da escola.

O Ministério da Educação elaborou em 1998 os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, que se constituem em propostas educacionais que visam contribuir com a prática escolar, proporcionando acesso a um conhecimento matemático de qualidade a todas as crianças e jovens, fundamentados nos pressupostos básicos da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB nº 9.394/96).

Nesse contexto de inovação curricular proposta pelos PCN (BRASIL, 1998), uma questão importante é a possibilidade de implementação de algumas de suas orientações e procedimentos, visto que o livro didático é assumido pelos professores como fonte quase única de preparação das aulas, influenciando no processo de aprendizagem do aluno. Sabemos que a criação do livro didático como material de apoio foi através do decreto de lei nº 1006/1938, e que desde então são distribuídos gratuitamente em todo território nacional. Porém, somente em 1984 passaram a ser escolhidos pelos próprios professores, pois se percebeu que a escolha do livro didático não pode estar baseada no que parece melhor no sentido abstrato, mas no que realmente é mais adequado à realidade onde a escola está inserida (WEBER, 2008).

No decorrer dos anos, o livro didático passou a ser utilizado pelos professores não como um auxiliar nas aulas, mas sim como o único recurso didático. Dessa forma, os professores e alunos acabavam atrelados às ideias do autor, ficando desprovidos de



conhecimentos extras e atualizados que poderiam ser inseridos no contexto escolar. Se quisermos formar cidadãos conscientes e ativos na sociedade, é importante termos cuidado com os recursos a serem trabalhados em sala de aula, pois, sabe-se que o livro didático é importante para o desenvolvimento das aulas e exposições dos conteúdos, mas este não deve ser seguido à risca, substituindo o professor na decisão e na escolha dos assuntos e em relação à forma de abordagens importantes, nem ser o único recurso utilizado pelo professor, mas sim ser complementado com recursos diversificados.

Ainda com relação à inovação curricular, os PCN (1998) apresentam a História da Matemática como um potente recurso metodológico, que auxilia os professores no desenvolvimento de suas aulas, influenciando no processo de aprendizagem dos alunos. Para Prado (1990 apud MENDES, 2001) a História da Matemática atende a dois aspectos na aprendizagem, sendo a lógica e a intuição, além da compreensão da relação entre a Matemática e o pensamento humano.

Acredita-se que a História da Matemática pode ser um potente auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, com a finalidade de manifestar as idéias matemáticas, situar as idéias e os problemas, junto com suas motivações e precedentes históricos e, ainda, enxergar os problemas do passado, bem como encontrar soluções para problemas abertos. Apresenta-se como um recurso pedagógico de grande importância e sua utilização em sala de aula não é uma novidade entre os professores, porém, nos currículos atuais vemos a menção de poucos livros didáticos que trazem uma abordagem sobre a História da Matemática e, além disso, notamos que nas Escolas que realizamos as atividades de Prática de Ensino e Estágio, durante o curso de Matemática, não faziam referência a esse recurso metodológico.

Tem-se consciência de que um currículo de Matemática que se complete com sua História é uma tarefa difícil. Exige um bom conhecimento de História da Matemática e, principalmente, uma mudança na postura dos professores, pois ainda existem aqueles que



transmitem o ensino da mesma forma como lhes foi ensinado, ou seja, do modo formalista clássico³.

Seguindo a linha de pensamento sobre os livros didáticos e a História da Matemática, pretende-se analisar como é abordada essa temática em duas coleções de livros didáticos adotados nas escolas estaduais e municipais do município de Giruá – RS, e discutir se as mesmas possibilitam aos professores utilizar a História da Matemática como um recurso metodológico em suas aulas.

Mapeando os caminhos do estudo

Miguel (1993 apud MENDES, 2001) apresentou um longo estudo discutindo os aspectos ligados às funções pedagógicas da história, analisando pontos de vista de vários historiadores, matemáticos e educadores, que defendem o uso da história como agente facilitador da aprendizagem. A partir disso, pretende-se analisar a História da Matemática prescrita em coleções de livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, mostrando a biografia de grandes matemáticos, textos históricos e fontes para confecção de atividades.

Apresenta-se como proposta de metodologia para esta investigação, a pesquisa documental, a qual é descrita por Lüdke (2001):

A análise documental pode se constituir numa técnica valiosa de abordagens de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema. [...] são considerados documentos 'quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano' (PHILLIPS, 1974 apud LÜDKE, 2001). Estes incluem desde leis e regulamentos, normas, pareceres, cartas, memorandos, diários pessoais, autobiografias, jornais, revistas, discursos roteiros de

³ Didaticamente, o ensino nessa tendência pedagógica foi acentuadamente livresco e centrado no professor e no seu papel de transmissor e expositor do conteúdo através de preleções ou de desenvolvimentos teóricos na lousa. A aprendizagem do aluno era considerada passiva e consistia na memorização e na reprodução (imitação/repetição) precisa dos raciocínios e procedimentos ditados pelo professor ou pelos livros (FIORENTINI, 1995, p. 7).



programas de rádio, televisão até livros, estatísticas e arquivos escolares (LÜDKE, 2001, p.38).

Para esta pesquisa se considera fundamental uma leitura atenta e sistemática, acompanhada de anotações e fichamentos para ser possível identificar de quais maneiras a História da Matemática está abordada nesse material. Sendo assim, será analisada cada coleção para em seguida montar um quadro com recortes paralelos de cada livro, efetivando a análise.

Escolheu-se abordar a História da Matemática, por esta ser uma metodologia de ensino presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN. Já o livro didático porque este está inserido em todas as escolas da rede pública, uma vez que é distribuído gratuitamente em todo o Brasil, estando presente no contexto escolar há muitos anos. O professor atualmente o adota conforme suas preferências, levando em consideração a realidade na qual sua escola está inserida e a metodologia que melhor atende as perspectivas de ensino.

A pesquisa foi realizada com coleções de livros didáticos utilizados em escolas do município de Giruá, Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. O município possui na área

urbana, cinco escolas da rede municipal com Ensino Fundamental completo, quatro da rede estadual e uma da rede particular.

Dentre estas escolas escolheram-se duas que possuem somente o Ensino Fundamental, sendo uma da rede municipal e outra da rede estadual. A escolha destas escolas foi pelo fato do professor de Matemática utilizar apenas uma coleção de livros didáticos para elaborar suas aulas e ensinar matemática, ambas não procuram apoio em nenhum outro recurso didático, metodológico, conforme relataram em conversa informal nas escolas.

As coleções do Ensino Fundamental analisadas serão as seguintes:



- Coleção A1 = (Ensino Fundamental rede municipal): “Tudo é matemática” de Luiz Roberto Dante, editora Ática 2005, obra em quatro volumes para os alunos de 5ª a 8ª série.
- Coleção A2 = (Ensino Fundamental rede estadual): “Matemática e Realidade” Ensino Fundamental, de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, da editora Atual 2005, 5ª edição em quatro volumes para alunos de 5ª a 8ª série.

Para analisar essas coleções, os livros didáticos foram manuseados, folheando-se página por página, tornando possível citar os conteúdos que constituem o programa de cada volume (associado as respectivas séries) e, posteriormente, efetuar uma análise com a História da Matemática, evidenciando se os conteúdos apresentam abordagens históricas, ligação com povos antigos, origem do conteúdo, demonstração de teoremas e a ligação com as sugestões apresentadas nos PCN.

Certamente que após analisar as coleções dos livros didáticos será possível identificar qual dessas coleções apresentam a História da Matemática e as possibilidades para o professor explorar em sala de aula essa metodologia de ensino.

Revisão da literatura

Partindo do pressuposto de que a História da Matemática na sala de aula, particularmente em atividades de ensino, tem como função auxiliar o pensamento daquele que

ensina e daquele que aprende, a movimentar-se no sentido de resolver problemas, a partir de definições próprias do conceito, acredita-se que a História pode assumir o papel de elo entre a causalidade dos fatos e a possibilidade e criação de novas definições de conceitos, que permitam compreender a realidade estudada.



O uso da História da Matemática é fundamental, pois ela pode estimular o espírito dos alunos, desenvolver o espírito crítico e também fazer com que os alunos compreendam as idéias das teorias, teoremas que são apresentados, na maioria das vezes, em sua forma final.

Nos PCN de Matemática, encontram-se propostas para que os professores possam utilizar essa metodologia em suas aulas, além dos benefícios que a mesma pode proporcionar.

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (BRASIL, 1998, p.42).

A História da Matemática é considerada um tema importante na formação do aluno, pois proporciona a noção exata dessa ciência em construção, com erros e acertos e sem verdades universais, contrariando a ideia positivista de uma ciência universal e com verdades absolutas. A História da Matemática tem este grande valor, de poder contextualizar o saber, mostrar que seus conceitos são frutos de uma época histórica, dentro de um contexto social e político.

Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural.

Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. (...)

Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para um olhar mais crítico sobre objetos de conhecimento (BRASIL, 1998, p. 42-43).

Essa visão de Matemática faz com que ela seja vista pelo estudante como um saber significativo, que foi e é construído pelo homem para responder suas dúvidas na leitura do mundo, permitindo ao aluno apropriar-se desse saber, o que lhe propiciará uma melhor leitura



do contexto global. Segundo MENDES (2001, p.19), “a matemática tem na história a base de apoio para o reconhecimento de seu caráter científico”.

Para Ferreira et. al. (1992 apud MENDES, 2001) o ensino da matemática através da metodologia da história é uma alternativa ímpar para formalização dos conceitos matemáticos, sendo capaz de conduzir a aprendizagem da matemática através de capacidades como de percepção, representação e verbalização que o aluno apresenta de acordo com sua estrutura cognitiva, sua história e seu mundo real.

As relações entre a história e a educação matemática também mereceram um estudo por parte de Miguel e Miorim (2005) que destacam:

...ser possível buscar na história da matemática apoio para se atingir, com os alunos, objetivos pedagógicos que os levam a perceber, por exemplo: (1) a matemática como uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas; (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.; (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias; (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática; (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova (MIGUEL; MIORIM, 2005, p. 53).

Outro recurso didático, acredita-se que o mais utilizado pelos professores em seus planejamentos, é o livro didático. Este além de constituir vasta fonte de informação, permite a comunicação no tempo e no espaço. Seja qual for o nível dos alunos a que se destina, deve ser redigido em linguagem clara e precisa, na qual a dificuldade de vocabulário se restrinja à necessidade do uso de termos apropriados, para que a compreensão do mesmo não seja prejudicada.

O livro didático é um eficiente recurso da aprendizagem no contexto escolar. Sua eficiência depende, todavia, de uma adequada escolha e utilização. E como qualquer outro recurso, tem sua importância condicionada ao uso que o professor dele faça. Não só pelo seu emprego correto, mas sabendo explorá-lo em função dos objetivos a alcançar, sabendo enfatizar os seus pontos fortes e anular seus pontos fracos, visto que para Pais (2006, p. 49), “compete ao professor conduzir o uso do recurso, e não se deixar conduzir por ele. Essa



questão está, portanto, relacionada à competência pedagógica e pertence ao domínio da didática”.

Nesse sentido o livro didático, como qualquer outro recurso didático, só será eficiente se estiver integrado no processo de aprendizagem. A aprendizagem envolve, em certo sentido, uma mudança de comportamento, por meio da experiência. Mas a experiência não é a única condição para que a aprendizagem se efetue. Cada vez que alguém aprende algo é porque está preparado para isso.

Diante de dois recursos de ensino considerados eficazes no processo ensino e aprendizagem, busca-se o entendimento de como os livros didáticos do Ensino Fundamental abordam a História, se os mesmos atendem as propostas dos PCN e se apresentam biografia de grandes matemáticos, textos históricos e fontes para confecção de atividades.

Conhecendo as coleções

As coleções de livros analisadas apresentam no início de cada volume uma página intitulada “apresentação”. Nesta, as duas coleções citam como será abordada a História da Matemática, além de destacar as demais possibilidades de desenvolver a Matemática no Ensino Fundamental as quais, para os autores, determinam o processo ensino-aprendizagem nas aulas de matemática.

Com relação aos conteúdos matemáticos, as coleções apresentam os mesmos em cada volume. Ao fazer as introduções de cada capítulo, os autores abordam diversos assuntos como estatística, geografia, biologia, entre outros, além de problemas envolvendo situações do cotidiano, atendendo algumas orientações dos PCN (1998):

Quanto aos conteúdos, apresentam um aspecto inovador ao explorá-los não apenas na dimensão de conceitos, mas também na dimensão de procedimentos e atitudes. Em função da demanda social incorporam, já no ensino fundamental, o estudo da probabilidade e da estatística e evidenciam a importância da geometria e das

medidas para desenvolver as capacidades cognitivas fundamentais (BRASIL, 1998, p. 16).

A coleção A1 traz em seus volumes três imagens com informações adicionais. Uma é intitulada “trocando idéias” que sugere para os alunos fazer análise com os colegas sobre determinadas afirmações ou exercício lógico. Outra imagem é parte de um quebra cabeça intitulado “desafio” que são atividades mais desafiadoras para os alunos no final de cada

conteúdo. E a outra imagem é um ponto de interrogação intitulado “você sabia” que aborda curiosidades relacionando o conteúdo matemático com situações do dia a dia.



- *Converse com um colega sobre essas figuras: suas formas, seus tamanhos, em que casos houve ampliação de uma em relação à outra, em que casos houve redução, etc.*
- *Discutam também sobre as seguintes afirmações:*
 - a) *as figuras A, B e D apresentam dimensões proporcionais;*
 - b) *a figura C não apresenta dimensões proporcionais às demais.*

Aqui ainda não há necessidade de formalizar definições, pois é apenas um primeiro contato com o tema.

Neste capítulo você vai aprender um dos mais importantes conceitos da Matemática: *proporcionalidade*.

230

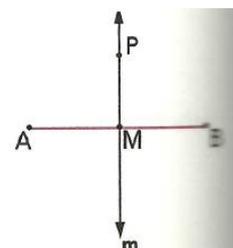
FONTE: Livro “Tudo é Matemática”, autor Luiz Roberto Dante, p. 230 do volume da 6ª série.

Desafio



Faça a demonstração da seguinte proposição:

Se P é um ponto da mediatriz (m) de \overline{AB} , então P é equidistante de A e B , ou seja, $\overline{PA} \cong \overline{PB}$.





FONTE: Livro “Tudo é Matemática”, autor Luiz Roberto Dante, p. 296 do volume da 7ª série.

Os historiadores suspeitam que os povos mesopotâmicos usavam o símbolo ∇ quer para representar o um, quer para representar o sessenta. O contexto da situação é que distinguia se se tratava do número um ou do número sessenta.

 **Você sabia que...** ... a escrita dos mesopotâmicos era chamada de cuneiforme porque seus símbolos se assemelhavam a cunhas?
 ... ainda hoje contamos algumas coisas de 60 em 60, como, por exemplo, a medida de tempo: $1\text{ h} = 60\text{ min}$; $1\text{ min} = 60\text{ s}$?

FONTE: Livro “Tudo é Matemática”, autor Luiz Roberto Dante, página 12 do volume da 6ª série.

A coleção A2 também apresenta em seus volumes informações complementares, como retângulos intitulados “você sabia” que contém informações e/ou curiosidades sobre assuntos gerais relacionando com o conteúdo matemático. Outros retângulos com “para que serve” que enfatizam informações complementares sobre o conteúdo abordado. E ao final de cada capítulo encontram-se atividades intituladas “desafio” com questões, situações-problema, que proporcionam aos alunos desenvolverem ou resolverem na prática.

Você sabia?

0 °C é a temperatura do gelo quando está derretendo (virando água).
 100 °C é a temperatura da água quando está fervendo (evaporando).
 Há temperaturas abaixo de 0 °C (como num congelador) e acima de 100 °C (como num forno). Os dias são mais agradáveis, nem quentes nem frios, quando a temperatura está em torno de 25 °C.

FONTE: Livro “Matemática e Realidade”, autor Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, página 11 do volume da 6ª série.

Propriedade associativa

Para adicionar três parcelas:

$$(-25) + 11 + 54$$

Começamos adicionando as duas primeiras:

$$\underbrace{[(-25) + 11]}_{-14} + 54 = [-14] + 54 = 40$$

Também podemos começar pelas duas últimas:

$$(-25) + \underbrace{[11 + 54]}_{65} = (-25) + 65 = 40$$

Em ambas as associações encontramos o mesmo resultado.

Para que serve?

Na adição de diversas parcelas podemos fazer as associações que acharmos mais convenientes. Por exemplo, começar adicionando as de mesmo sinal.

FONTE: Livro “Matemática e Realidade”, autor Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, página 30 do volume da 6ª série.

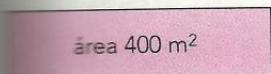
Desafio

Somando cubos dá quadrado?

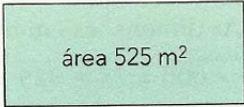
Qual soma dos cubos de três inteiros consecutivos dá o quadrado da soma deles. Quais são esses inteiros?

Procura-se um terreno

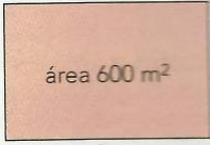
Na figura, indicamos três terrenos retangulares que estavam à venda em uma região.



área 400 m²
40 m 10 m



área 525 m²
35 m 15 m



área 600 m²
30 m 20 m

capítulo 7 **71**



FONTE: Livro “Matemática e Realidade”, autor Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, página 71 do volume da 8ª série.

A partir desses aspectos, notamos que as duas coleções são semelhantes, apresentam exercícios variados para realização em aula e em casa, além de possuírem várias ilustrações que podem vir a facilitar o aprendizado dos alunos, e, também, ambas atendem algumas orientações dos PCN (1998) em relação ao que foi dito acima, sobre a abordagem de assuntos das diversas áreas do conhecimento e de situações envolvendo o cotidiano.

As coleções e a História da Matemática

As coleções são compostas por quatro volumes, cada um correspondente a uma série do Ensino Fundamental. Será apresentada agora uma análise detalhada de cada coleção separadamente, buscando apresentar como está inserida a História da Matemática nesses livros.

A coleção A1 “Tudo é Matemática” de Luiz Roberto Dante utilizado na escola da rede municipal de educação, apresenta a História da Matemática de duas maneiras diferentes, sendo uma a biografia de grandes matemáticos e a outra são fontes para confecção de atividades. A biografia de grandes matemáticos está presente em pequenos espaços dentro das

informações adicionais intituladas “você sabia” que aborda apenas algumas curiosidades de alguns matemáticos ou algum dado da antiguidade que pouco contribui para a História da

Matemática. Já as fontes para confecção de atividades aparecem mais frequentemente, seja para iniciar um capítulo – como, por exemplo, o capítulo dos números inteiros do volume da 6ª série que apresenta diferentes culturas em diferentes momentos históricos – ou para encerrar o capítulo com atividades para ler, pensar e divertir-se que traz um pouco da história apenas como informação ou investigação que podem ser explorada pelo professor.



IV Jornada Nacional de Educação Matemática
XVII Jornada Regional de Educação Matemática



De 06 a 09 de maio de 2012
Universidade de Passo Fundo

Formas geométricas



Você sabia que...

... o matemático suíço Leonhard Euler (lê-se "Óiler") descobriu a relação entre o número de vértices (V), de faces (F) e de arestas (A) nos poliedros convexos?

... essa relação é representada por $V + F = A + 2$ e é conhecida como Relação de Euler?

Mostre aos alunos que a Relação de Euler nos poliedros não-convexos às vezes se verifica e às vezes não.

Leonhard Euler
(1707 a 1783).



George Bernard / Science Photo Library

FONTE: Livro "Tudo é Matemática", autor Luiz Roberto Dante, página 49 do volume da 6ª série.



IV Jornada Nacional de Educação Matemática XVII Jornada Regional de Educação Matemática



De 06 a 09 de maio de 2012
Universidade de Passo Fundo

Capítulo **1**

Números naturais

Introdução

O que levou o ser humano a criar os números?

Não é difícil de imaginar que em algum momento da História o ser humano sentiu a necessidade de contar animais, objetos, pessoas e de inventar uma forma de representar essa contagem.

Mas nem sempre os números foram representados da mesma maneira como os escrevemos hoje. Desde o início da humanidade diferentes povos deram sua contribuição, modificando a escrita dos números através do tempo.

Neste capítulo você vai conhecer um pouco da evolução da escrita dos números através do tempo e de várias civilizações. Além disso vai trabalhar com inúmeras situações nas quais lidamos com números naturais.

Veja estas informações referentes ao descobrimento do Brasil:



IV Jornada Nacional de Educação Matemática XVII Jornada Regional de Educação Matemática



De 06 a 09 de maio de 2012
Universidade de Passo Fundo


Você sabia que...

... Pedro Álvares Cabral partiu da praia do Restelo, em Lisboa, Portugal, às 12 horas do dia 9 de março de 1500?

... a esquadra de Cabral era composta de 10 naus e 2 caravelas, que traziam 1500 pessoas, e de uma nave com mantimentos?

... no dia 22 de abril de 1500, Cabral ancorou em frente ao monte Pascoal, que tem 536 metros de altura?

Pedro Álvares Cabral (1467(?)-1520(?)), navegador português. Em seu regresso a Portugal, Cabral recebeu muitas honras pelo descobrimento de novas terras, mas morreu pobre e esquecido em Santarém.

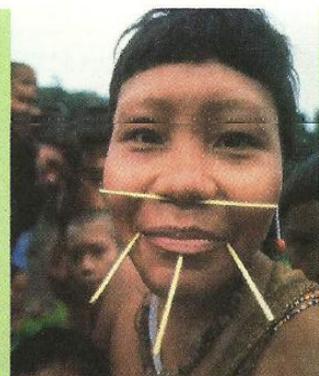


Grande Personagem da Nossa História, vol. 1, São Paulo, Abril Cultural, p. 28

... quando o Brasil foi descoberto, os historiadores calculam que existiam aqui entre 1 milhão e 3 milhões de indígenas, divididos em 1 400 tribos?

... atualmente, existem em torno de 280 mil indígenas no Brasil, divididos em 225 grupos identificados?

Índios Yanomami em Roraima. Na década de 1970 acreditava-se no desaparecimento dos indígenas brasileiros, mas desde os anos de 1980 essa população tem crescido de forma constante, indicando retomada demográfica.



André P. Fiemer/Abil Imagens



Todos os números que aparecem nessas informações são **números naturais**. Os números naturais são números de contagem.

7



IV Jornada Nacional de Educação Matemática XVII Jornada Regional de Educação Matemática

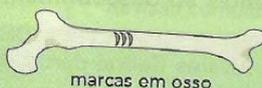
De 06 a 09 de maio de 2012
Universidade de Passo Fundo

Números naturais: uma longa história

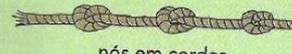
Vivemos hoje no mundo dos números. Mas desde seu aparecimento foram necessários séculos e séculos de descobertas e aperfeiçoamentos para chegarmos a sua atual forma de escrita.

Examine os quadros que mostram os registros e símbolos de alguns povos antigos e viaje no tempo com a história dos números, imaginando cada uma das épocas, como os povos viviam, o que faziam, quais eram suas necessidades e por que precisaram registrar, com símbolos, as quantidades.

Povos primitivos



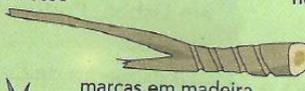
marcas em osso



nós em cordas



lascas de pedra



marcas em madeira



pedrinhas



gravetos

A necessidade de contar surgiu com o desenvolvimento das atividades humanas. Como saber se uma ovelha fugiu, se perdeu ou foi roubada? As marcações das quantidades eram feitas com desenhos nas cavernas, nós em cordas, talhos em ossos e outros tipos de registro.

Egípcios

 1 bastão	 10 calcanhar	 100 rolo de corda	 1 000 flor de lótus
--	--	---	---

 10 000 dedo apontando	 100 000 peixe	 1 000 000 homem
---	---	---

Cada símbolo do sistema de numeração egípcio tinha um significado.





FONTE: Livro “Tudo é Matemática”, autor Luiz Roberto Dante, p. 8 do volume da 6ª série.



IV Jornada Nacional de Educação Matemática XVII Jornada Regional de Educação Matemática



De 06 a 09 de maio de 2012
Universidade de Passo Fundo

Povos da Mesopotâmia

143

▼▼◀▼▼▼

$2 \cdot 60 + 2 \cdot 10 + 3$

A numeração desenvolvida na Mesopotâmia data de aproximadamente 4 000 anos e tinha a base de contagem 60. O vestígio dessa numeração apresenta-se hoje na contagem do tempo (60 segundos, 60 minutos).



Chineses

一	二	三	四	五	六	七	八	九
1	2	3	4	5	6	7	8	9
十	百	千	万					
10	100	1 000	10 000					

Estes símbolos são ainda usados na China e no Japão. Para cálculos, eles utilizam o sistema indo-arábico.



Romanos

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1 000

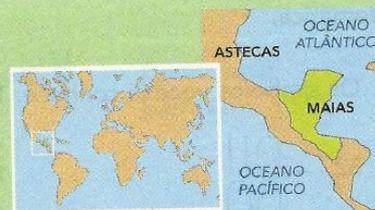
O sistema de numeração romano espalhou-se por todo o Ocidente em consequência da expansão do Império Romano.



Maias

•	—	☉
1	5	0

Os maias ocupavam o território que corresponde hoje ao sul do México, à Guatemala e ao norte de Belize. Desenvolveram a aritmética de tal maneira que permitiram cálculos de astronomia com grande exatidão. A numeração era simbolizada por pontos e traços.



um | dois | três | quatro | cinco | seis | sete | oito | nove | zero



Hindus e árabes

Os árabes difundiram para todo o mundo o sistema de numeração hindu. Com esse sistema, os cálculos tornaram-se mais simples e rápidos. Esse sistema de numeração surgiu no vale do rio Indo, onde hoje se encontra o Paquistão.

Século VI (indiano)	𑀓	𑀔	𑀕	𑀖	𑀗	𑀘	𑀙	𑀚	𑀛	𑀜
Século IX (indiano)	॑	॒	॓	॔	ॕ	ॖ	ॗ	क़	ख़	ग़
Século X (árabe oriental)	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Século X (europeu)	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	0
Século XI (árabe oriental)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
Século XII (europeu)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Século XIII (árabe oriental)	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Século XIII (europeu)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Século XIV (árabe ocidental)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Século XV (árabe oriental)	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Século XV (europeu)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Hoje	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

FONTE: Livro “Tudo é Matemática”, autor Luiz Roberto Dante, p. 9 do volume da 6ª série.

O autor Dante coloca nas apresentações de sua coleção que o aluno será convidado a “ler sobre a evolução histórica da Matemática”, e realmente é isso que acontece nos livros, pois as poucas informações que constam sobre a história da matemática é somente para uma pequena leitura, não sendo possível aplicar essas informações para o ensino de matemática.

Para Estrada (1993 apud MENDES, 2001) a biografia dos grandes matemáticos precisa possibilitar aos alunos o dinamismo existente na evolução das idéias, desde sua origem até sua representação final. Além disso, precisa mostrar através dos diferentes matemáticos e da diversidade dos contextos culturais, o quanto a matemática é viva e interativa, pois os alunos precisam conhecer a importância do trabalho desenvolvido pelo matemático e seus reflexos nos dias atuais. Portanto, somente leituras de pequenas informações não se tornam suficientes para dar a história o caráter verdadeiramente metodológico.

Com relação às fontes para confecção de atividades, o autor Dante oferece ao professor possibilidades de atividades investigativas apoiando-se em dados históricos, cabendo ao professor explorá-las com seus alunos. Para Fossa (1998 apud MENDES, 2001) a



história também se torna instrumento de ensino e aprendizagem da matemática quando utilizada a partir de redescoberta, de atividades investigativas:

À medida que busca compreender a realidade histórica na atividade investigatória, o aluno estará construindo para si as informações matemáticas contidas na realidade investigativa. (...) a utilização desse modelo como um método de pesquisa pode contribuir para o desenvolvimento de estratégias que possam subsidiar o trabalho do professor, a fim de conduzir o aluno a uma aprendizagem significativa da matemática (MENDES, 2001, p. 34).

A coleção A1 apresenta somente um texto histórico que está no volume da 8ª série para introduzir o conteúdo matemático das relações métricas no triângulo retângulo e na circunferência.

Capítulo **7** **Relações métricas no triângulo retângulo e na circunferência**

Introdução

Você já ouviu falar dos “harpedonaptas” ou “esticadores de corda” do antigo Egito?

Conta-se que, para obter ângulos retos, que eram usados para medir as terras após as enchentes do rio Nilo, os “esticadores de corda” utilizavam uma corda de 12 nós a igual distância um do outro e com ela construía um triângulo com vértices em três desses nós. Veja:



IV Jornada Nacional de Educação Matemática XVII Jornada Regional de Educação Matemática



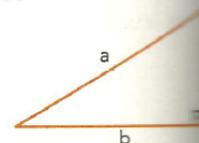
De 06 a 09 de maio de 2012
Universidade de Passo Fundo

O triângulo assim obtido possui lados que medem 3, 4 e 5 unidades de comprimento e é um triângulo retângulo, isto é, um de seus ângulos internos mede 90° . Esse procedimento de obter cantos retos já era conhecido pelos antigos "esticadores de corda" há aproximadamente 5 mil anos!

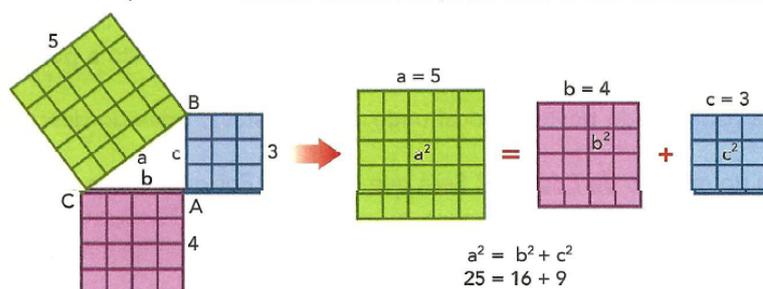
Esse método engenhoso é baseado em uma relação importante, válida para todos os triângulos retângulos.

É conhecido como *Relação de Pitágoras* e você já teve contato com ela. Veja:

"Se as medidas dos lados de um triângulo retângulo são **a**, **b** e **c**, sendo **a** a maior das três, então vale a relação: $a^2 = b^2 + c^2$."



Vamos exemplificar essa relação para o caso particular do triângulo cujos lados medem 3, 4 e 5 unidades de medida de comprimento: Comente com os alunos que a, b e c devem estar na mesma unidade de medida.



Por volta de 2000 a 1700 a.C., os babilônios, que habitavam a Mesopotâmia, região entre os rios Tigre e Eufrates (hoje Iraque), já tinham também conhecimento empírico dessa relação. Eles se expressavam por enigmas. Por exemplo, uma tabuinha de argila continha o seguinte enigma: "Quatro é o comprimento e cinco, a diagonal. Qual é a largura? O seu tamanho não é conhecido. Quatro vezes quatro é dezesseis. Cinco vezes cinco é vinte e cinco. Você tira dezesseis de vinte e cinco e sobram nove. Qual número eu devo multiplicar para obter nove? Três vezes três é nove. Três é a largura". Hoje, escrevemos $x^2 = 5^2 - 4^2$.

Embora egípcios e babilônios conhecessem e usassem empiricamente essa regra envolvendo o 3, 4 e o 5, não cogitaram na sua generalização. Isso só ocorreu com os gregos no século VI a.C., quando chegaram à expressão geral $a^2 = b^2 + c^2$, válida para qualquer triângulo retângulo.

Como no triângulo retângulo o lado maior é conhecido por *hipotenusa* ("o que foi esticado contra") e os outros dois lados adjacentes ao ângulo reto, por *catetos*, a Relação ou Teorema de Pitágoras também é assim enunciada: "O quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos: $a^2 = b^2 + c^2$ (**a**: medida da hipotenusa; **b** e **c**: medidas dos catetos)".

Neste capítulo você vai recordar e demonstrar essa e outras relações métricas válidas para os triângulos retângulos, bem como resolverá situações-problema utilizando essas relações.

166

FONTE: Livro "Tudo é Matemática", autor Luiz Roberto Dante, p. 166 do volume da 8ª série.

Os demais pequenos textos presentes nos volumes são apenas informativos relacionando os conteúdos com situações do cotidiano.

A coleção A2 "Matemática e Realidade" de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antônio Machado utilizado na escola da rede estadual de educação traz em seus volumes seções



destinadas a história. Intitulada como seção de leitura “Matemática no Tempo”, a coleção apresenta em todos os seus volumes no final de alguns capítulos, textos abordando curiosidades sobre as épocas e os conteúdos matemáticos, um pouco das biografias dos grandes matemáticos e ilustrações que permitem situar o aluno no tempo e espaço, além de um “Refleta sobre a leitura” que possibilita ao professor explorar os textos com os alunos como forma de sistematizar e dar significado aos conteúdos.

Nesses textos “Matemática no Tempo” encontra-se realidades históricas, ligações com povos antigos e origem do conteúdo. Entretanto, a coleção não apresenta demonstração de teoremas, estes já estão “prontos” no início de cada capítulo.



Matemática no tempo

A fórmula de Bhaskara

Difícilmente um resultado matemático é fruto do pensamento de um único homem, embora muitas fórmulas e teoremas sejam conhecidos pelo nome de um personagem. Esse tipo de homenagem, porém, nem sempre premia quem mais contribuiu para o assunto, isso quando se chega a saber quem mais contribuiu. Em alguns casos, como, por exemplo, no teorema de Pitágoras (século VI a.C.), a atribuição do nome possivelmente é justa, pois, segundo algumas fontes, Pitágoras teria sido o primeiro matemático a demonstrá-lo. Mas há atribuições totalmente equivocadas.

Um exemplo curioso ocorre, aqui no Brasil, com o nome dado à fórmula de resolução da equação do segundo grau. A partir dos anos 1960, aproximadamente, ela passou a ser chamada de *fórmula de Bhaskara*. Não se sabe quem teve a idéia, nem quando isso aconteceu. A questão torna-se mais intrigante pelo fato de que em outros países, e na literatura

matemática, a fórmula não é conhecida por esse nome. A verdade, porém, é que entre nós o nome pegou e vai ser difícil eliminá-lo do nosso ensino de Matemática. Mas, afinal, de quem é a fórmula? É do próprio Bhaskara? Se não é dele, de quem é? Será que Bhaskara teve algum papel nessa história?



IV Jornada Nacional de Educação Matemática XVII Jornada Regional de Educação Matemática



De 06 a 09 de maio de 2012
Universidade de Passo Fundo

Antes de responder a essas perguntas, é interessante conhecer um pouco este nosso personagem. Bhaskara nasceu em Biddur, na Índia, em 1114, e faleceu em Ujjain, também na Índia, em 1185. Ujjain era o maior centro matemático da Índia daqueles tempos, e Bhaskara foi diretor do importante observatório astronômico dessa cidade. Isso não deve causar estranheza, uma vez que, na Índia de então, a matemática e a astronomia se desenvolviam juntas, o que pode ser notado pelo fato de temas de matemática serem desenvolvidos em capítulos de obras de astronomia. A matemática na Índia era bem adiantada: os hindus criaram o sistema de numeração que usamos hoje em dia e conheciam as regras de sinais para operar com números em geral. Mas Bhaskara superou em vários pontos os grandes matemáticos hindus que o precederam. Um de seus grandes feitos foi ter obtido a aproximação $\pi \approx 3,141666$.

Bhaskara também foi astrólogo, o que era comum na época. Há uma lenda curiosa envolvendo essa sua atividade e que explicaria a razão de ele ter dado o nome de sua filha



Reprodução

Gravura persa do século XVI retratando astrônomos trabalhando em observatório.



IV Jornada Nacional de Educação Matemática XVII Jornada Regional de Educação Matemática



De 06 a 09 de maio de 2012
Universidade de Passo Fundo

Lilavati ao capítulo de aritmética de um grande tratado de astronomia que escreveu. Segundo a lenda, Bhaskara, baseado em estudos astrológicos, calculou a hora propícia para o casamento da filha. Chegando o dia, a jovem, muito ansiosa, ficou aguardando o momento diante do relógio de água, mas, sem que percebesse, uma pérola que enfeitava seus cabelos caiu e deteve o fluxo da água. Com isso, a hora propícia passou e o pai, que confiava muito nas suas previsões astrológicas, teria impedido que o casamento se realizasse. Para compensar a filha desse desgosto, Bhaskara dedicou a ela a obra referida.

Mas voltemos à equação do segundo grau. Na verdade, cerca de três milênios antes do nascimento de Bhaskara, os babilônios já resolviam equações do segundo grau por um



IV Jornada Nacional de Educação Matemática XVII Jornada Regional de Educação Matemática



De 06 a 09 de maio de 2012
Universidade de Passo Fundo

método semelhante ao que se usa atualmente. Mas, por não terem uma simbologia algébrica, eles usavam esse método na forma de uma receita aplicada a casos numéricos. Não se sabe como eles chegaram a essa receita, mas possivelmente foi por meio da geometria, comparando áreas. Por exemplo, para resolver a equação que em nossa notação seria expressa por $x^2 + 252 = 32x$ (ou, como é mais comum hoje, $x^2 - 32x + 252 = 0$), os babilônios faziam a seguinte seqüência de cálculos, também expressos aqui em notação moderna:

a) $\frac{32}{2} = 16$ b) $16^2 = 256$ c) $256 - 252 = 4$ d) $\sqrt{4} = 2$ e) $16 + 2 = 18$ e $16 - 2 = 14$.

Todos esses cálculos se resumem à moderna expressão $16 \pm \sqrt{16^2 - 252}$ na qual, como pode ser observado, o primeiro termo é a metade de 32 e o radicando é um quarto do discriminante da equação. Observe a semelhança com a fórmula que usamos hoje e como, ao seu modo, os babilônios chegavam corretamente às raízes.

Na própria Índia, muito antes de Bhaskara, o matemático Brahmagupta (século VII) já resolvia equações do segundo grau por um processo de "completar quadrados" essencialmente igual ao nosso. E, até onde se sabe, é de outro hindu, chamado Sridhara (século XI), a regra de completar o quadrado em $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), multiplicando inicialmente a equação por $4a$. Essa regra foi citada pelo próprio Bhaskara, com o devido reconhecimento a Sridhara, na obra *Vijagamita*, que é o capítulo de álgebra do tratado de astronomia já referido. Mas Bhaskara foi além e generalizou a regra de Sridhara, mostrando que o fator não precisa ser $4a$ e que, às vezes, sequer é preciso multiplicar. Por exemplo, se a equação é $x^2 + 2x - 8 = 0$, somando 1 aos dois membros obtém-se $x^2 + 2x + 1 - 8 = 1$ que equivale a $(x + 1)^2 = 9$. Daí $x + 1 = \pm 3$ e, portanto, $x = 2$ ou $x = -4$.

É mais fácil nos lembrarmos de uma fórmula ou teorema se eles tiverem um nome. O nome também facilita o trabalho com esses conhecimentos. A fórmula de resolução da equação quadrática poderia ter recebido outro nome, conforme vimos aqui. Mas por que não o nome de Bhaskara? Afinal, ele deu sua contribuição ao estudo das equações do segundo grau e, o que é mais importante, foi o último grande algebrista de um período áureo da matemática hindu.



IV Jornada Nacional de Educação Matemática XVII Jornada Regional de Educação Matemática



De 06 a 09 de maio de 2012
Universidade de Passo Fundo

Refleta sobre a leitura

1. A respeito da contribuição dada por Bhaskara à fórmula que, no Brasil, leva seu nome, identifique entre as frases abaixo aquelas que estão de acordo com as afirmações feitas no texto.
 - a) A fórmula de Bhaskara foi inventada por esse célebre matemático hindu quando ele ocupava a direção do observatório de Ujjain.
 - b) A história registra que Bhaskara foi, de fato, um astrólogo e portanto não poderia dar nenhuma contribuição para a criação da fórmula matemática atribuída a ele.
 - c) Muitos séculos antes de Bhaskara nascer já eram conhecidas na Índia algumas regras para resolução de equações quadráticas.
 - d) Foi a partir do desapontamento que um simples relógio de água causou à sua filha Lilavati, que Bhaskara passou a buscar uma solução para a equação do segundo grau.
 - e) Uma das grandes contribuições de Bhaskara para a solução de equações quadráticas foi ter obtido a aproximação $\pi = 3,141666$.
 - f) Métodos para a resolução de equações do segundo grau não são uma exclusividade da Índia, pois cerca de 3000 anos antes de Bhaskara já se fazia isso na Babilônia.
 - g) Brahamagupta e Sridhara, matemáticos hindus anteriores a Bhaskara, também deram contribuições para a resolução de equações do segundo grau.
2. De que forma Bhaskara contribuiu para a resolução da equação quadrática?

94

unidade 3

FONTE: Livro “Matemática e Realidade”, autor Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, p. 93 e 94 do volume da 8ª série.

Os textos históricos possibilitam mostrar a matemática como uma ciência acessível que se desenvolveu ao longo dos anos, desde que o professor esteja preparado para explorá-lo em sala de aula. Na maioria das vezes, quando é apresentado no final do conteúdo, acaba passando despercebido nas aulas ou o que é ainda pior, colocado apenas como uma leitura sem nenhuma discussão ou argumentação no final. Essa coleção “Matemática e Realidade” não apresenta em nenhum de seus volumes outra forma de explorar a história, é somente com textos e sempre no final dos capítulos.

Considerações finais



Utilizar a História da Matemática como recurso metodológico nas aulas de matemática não é uma tarefa fácil, de acordo com os PCN (1998), não basta que o professor apenas situe o aluno no tempo e no espaço de cada volume, ou ainda, que conte em suas aulas sempre alguns trechos da história da matemática. É necessário que o professor consiga desenvolver

diversos conceitos sem reduzi-los a fatos, nomes e datas a serem memorizados. Para Mendes (2001) é necessário que professor seja capaz de “(...) conceber o uso da História no ensino da matemática, sempre numa perspectiva de resgate das situações problematizadoras que conduzam os estudantes à redescoberta da matemática através das informações históricas que revestem essas situações” (MENDES, 2001, p. 12).

Além disso, é importante, também, que o professor conheça profundamente o tópico histórico que deseja apresentar e/ou explorar com seus alunos, para que consigam construir significados e não ocorra nenhuma frustração durante a metodologia que venha a prejudicar os objetivos previstos.

É necessário compartilhar com os alunos o conhecimento histórico de maneira mais contextualizada possível, de forma a conduzi-los a uma compreensão clara e objetiva da evolução matemática e motivá-los a enxergar a matemática como uma ciência em movimento.

As coleções analisadas procuram, através de textos, pequenas biografias de matemáticos e fontes para confeccionar atividades, mostrar aos alunos de onde vieram os conhecimentos matemáticos, bem como aonde utilizamos na sociedade. No entanto, podem-se observar alguns fatos negativos, entre eles os textos apresentados somente no final do capítulo, levando o professor, muitas vezes, a não utilizá-los; a biografia dos matemáticos apenas como uma curiosidade, a qual não se dá nenhuma importância no decorrer dos volumes e não há nenhuma demonstração de teorema.

Com a pesquisa, pode-se dizer que essas duas coleções utilizadas nas escolas do Município de Giruá não permitem aos professores utilizarem a História da Matemática, apesar



de apresentarem os itens defendidos pelos autores Mendes (2001), Estrada (1993) e os PCN (1998), porém com caráter meramente ilustrativo, informativo, aparecendo como um elemento descartável nas atividades em sala de aula. Dito de outro modo, a forma como a história da matemática está abordada nessas duas coleções parece que possibilita a construção dos conceitos matemáticos. Portanto, para que o professor possa utilizar a metodologia da História da Matemática não basta utilizar somente esses livros, ele precisa ter clareza da proposta de ensino que quer desenvolver e ter sólidos conhecimentos matemáticos.

Referências

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- FIorentini, Dario. *Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil*. Revista Zetetiké, Campinas, ano III, nº 4, p. 1-37, 1995.
- FIorentini, Dario e LOrenzato, Sergio. *Investigação em Educação Matemática: Percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP; Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).
- LOrenzato, Sergio. *Para aprender matemática*. Campinas, SP, Autores Associados, 2006, 139 p.
- LÜDKE, Menga; ANDRE, Marli E. D. A. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 2001.
- MENDES, Iran Abreu. *O uso da História no ensino da Matemática: Reflexões Teóricas e Experiências*. Belém, PA, EDUEPA, 2001, 90p.
- MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Angela. *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte, Autêntica, 2005, 198p.
- PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e Aprender Matemática*. Belo Horizonte, Autêntica, 2006.
- ZUFFI, Edna Maura; SOUZA, Patrícia. *Percepções sobre a História da Matemática num Curso de Formação Inicial de Professores*. Educação Matemática em Revista, Recife, n. 25, p. 37-45, dez. 2008.



WEBER, Elizangela. *O Livro Didático e a Educação Matemática na sala de aula do Ensino Fundamental*. Revista Setrem, ano VII nº 12, Janeiro/ Junho 2008.