



A PROBLEMATIZAÇÃO NO ENSINO DOS ALGORITMOS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: O TRATAMENTO DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Flávia de Andrade Niemann¹

Resumo: A proposta deste texto é explicitar os principais aspectos da temática e suportes teóricos para desenvolver a oficina pedagógica sobre o ensino dos algoritmos nos anos iniciais do ensino fundamental. O enfoque central das discussões será mediante a análise da abordagem de ensino através da problematização do funcionamento dos algoritmos convencionais das operações aritméticas básicas e a relação com as estratégias de cálculo escrito não-convencionais utilizadas pelos alunos. Para isso, serão apresentados alguns pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e algumas sequências didáticas que demonstrem possibilidades de promover a aprendizagem através da compreensão dos procedimentos e o reconhecimento dos conceitos matemáticos envolvidos em um processo algorítmico.

Palavras-chave: ensino de algoritmos, registros de representação semiótica.

Introdução

Através dos estudos desenvolvidos na área da Educação Matemática, ampliam-se as possibilidades de qualificar os processos de ensino e aprendizagem da matemática desenvolvidos na escola.

A intenção deste texto é o de externar algumas questões que envolvem o ensino dos algoritmos das operações aritméticas básicas nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo-

¹ Licenciada em Matemática e Mestranda em Educação pela Universidade de Passo Fundo. flavia.niemann@terra.com.br

se como perspectiva de ensino a problematização dos procedimentos e a explicitação dos conceitos matemáticos envolvidos na resolução de um algoritmo.

Portanto, serão apresentadas sugestões de problemas e sequências didáticas para o trabalho com as estratégias de cálculo escrito nos primeiros anos do ensino fundamental. Além disso, será explicitada a fundamentação teórica a partir de alguns pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica sobre o uso de diferentes tratamentos como forma de promover a ampliação da compreensão do significado dos conceitos matemáticos, implicados na resolução de um cálculo.

1 Aprendizagem dos algoritmos convencionais nos anos iniciais do ensino fundamental: o problema como estratégia didática

Os algoritmos² convencionais das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão sempre foram protagonistas das aulas de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Por muito tempo, as estratégias didáticas utilizadas pelos professores restringiam-se às exposições dos procedimentos para a resolução de cada algoritmo e a aplicação destes em uma série de exercícios repetidos constantemente pelos alunos.

De acordo com a crítica contida nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos iniciais do ensino fundamental (PCNs) em relação à tendência tradicional, em que o ensino dos conteúdos matemáticos é feito através da exposição de definições, exemplos e demonstrações, seguidos de exercícios de aplicação e fixação, atualmente, um dos grandes desafios dos educadores é promover no espaço da sala de aula situações de aprendizagem que possibilitem a construção de conhecimentos matemáticos, embasados na compreensão e na apropriação do significado dos conceitos.

Diante dessa concepção, a problematização dos procedimentos utilizados na resolução dos algoritmos convencionais e a comparação com outras estratégias de cálculo escrito, podem promover situações em que o aluno compreenda os processos envolvidos na resolução de um algoritmo, relacionando conceitos do sistema de numeração decimal e das operações aritméticas básicas.

² O termo **algoritmo** foi originalmente derivado do nome do grande matemático árabe Mohammed ibu-Musa al-Kowarizmi, responsável pela divulgação do uso de numerais hindus no sistema de numeração, utilizado até os dias de hoje. O termo significa um conjunto de regras específicas de um processo ou operação (BOYER, 1974, p. 166).

Nesse sentido, Charnay (1996) afirma que a principal lição que deve ser considerada no ensino é a de que são os problemas que deram origem aos conhecimentos matemáticos, portanto são eles que dão sentido à matemática produzida. Por isso, a resolução de problemas é fundamental para que os alunos possam construir o sentido dos conceitos matemáticos. Contudo, apenas resolvendo problemas não se aprende Matemática, é necessário, além disso, a reflexão sistemática diante de cada situação e a análise dos procedimentos utilizados para resolvê-los.

Os PCNs apresentam a resolução de problemas como recurso fundamental no ensino da Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Desse modo, “[...] o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas [...]”. (BRASIL, 1997, p. 43).

Além disso, segundo Charnay (1996) o termo problema não pode ser definido apenas como uma situação que é proposta ao aluno, mas como uma tríade: situação-aluno-meio.

Só há problema se o aluno percebe uma dificuldade: uma determinada situação, que “provoca problema” para um determinado aluno pode ser resolvida imediatamente por outro (e então não será percebida por este último como sendo um problema). Há então, uma ideia de obstáculo a ser superado. Por fim, o meio é um elemento do problema, particularmente as condições didáticas da resolução (organização da aula, intercâmbios, expectativas explícitas ou implícitas do professor). (CHARNAY, 1996, p. 46)

Outro aspecto relacionado ao processo de ensino-aprendizagem da matemática está relacionado às atividades que os alunos realizam em sala de aula e estas dependem muito das tarefas apresentadas pelo professor. Logo, “uma mesma tarefa pode dar origem a situações de aprendizagem muito diversas, dependendo do modo como é apresentada aos alunos, do modo como estes aceitam o desafio que lhes é proposto e, muito em especial, do modo como evolui a situação de trabalho na sala de aula”. (PONTE, 2010).

Nessa perspectiva, Panizza (2006) destaca a importância de considerar as diversas maneiras que os alunos conhecem e representam o saber matemático. Para isso, o professor deve estar atento aos registros e procedimentos de cálculos não-convencionais produzidos pelos alunos, pois assim poderá planejar tarefas que mobilizem discussões sobre procedimentos usados em algoritmos alternativos e posteriormente relacionando-os com os procedimentos dos algoritmos convencionais.

No registro apresentado na figura 1, por exemplo, para resolver 135×3 , um aluno do 5º ano utiliza como estratégia de cálculo a decomposição da escrita do número (princípio aditivo do sistema de numeração) representado pelo fator 135 ($100 + 30 + 5$). Depois, multiplicando cada parcela por 3. Por fim, adiciona os produtos parciais para obter o produto da multiplicação 135×3 .

$$\begin{array}{l}
 135 \times 3 \\
 100 \times 3 = 300 \\
 30 \times 3 = 90 \\
 5 \times 3 = 15 \\
 \hline
 405
 \end{array}$$

Figura 1

A interpretação do professor diante das estratégias de cálculo utilizadas pelos alunos torna-se fundamental para desvelar os saberes matemáticos implícitos e explícitos em cada situação. Dessa forma, surgem possibilidades de problematizar as regras procedimentais de um algoritmo convencional a partir dos conhecimentos já adquiridos e dos procedimentos conhecidos pelas crianças.

De acordo com esse enfoque, a abordagem de ensino dos algoritmos apresenta outra perspectiva. Diferente de um processo mecânico de aprendizagem centra-se na significação dos conceitos matemáticos imbricados no processo de resolução de um cálculo escrito.

Utilizando ainda o registro apresentado na figura 1, a seguir, sugere-se um problema para uma classe de alunos que ainda não conheça o funcionamento do algoritmo convencional da multiplicação. O objetivo da tarefa é mobilizar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o princípio aditivo do sistema de numeração decimal, para identificar e comparar o princípio posicional imbricado nas regras de funcionamento do algoritmo convencional da multiplicação:

Estas são diferentes formas que algumas crianças da turma do ano passado utilizaram para resolver o cálculo 135×3 :

<i>Aluno A</i>	<i>Aluno B</i>	<i>Aluno C</i>
----------------	----------------	----------------

135×3 $100 \times 3 = 300$ $30 \times 3 = 90$ $5 \times 3 = 15$ $300 + 90 + 15 = 405$	$\begin{array}{r} 3 \\ \times 135 \\ \hline 15 \\ 90 \\ + 300 \\ \hline 405 \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ 135 \\ \times 3 \\ \hline 405 \end{array}$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------

- a) Onde aparece o número 15 nas contas do Aluno A, do Aluno B e do Aluno C?
b) Explique como o aluno C encontrou o produto de 3×30 e 3×100 .

Nesta situação, apresentam-se três formas diferentes de registro de representação que possibilitam a análise e a tomada de consciência diante de procedimentos, conceitos e propriedades das operações implicados em cada processo. Logo, devemos considerar que a atividade cognitiva requerida pela matemática é realizada através das representações semióticas³, pois as operações de cálculo (tratamentos matemáticos) dependem do sistema de representação utilizado (DUVAL, 2003).

Assim, diante da concepção de aprendizagem da matemática, entendida como uma modificação do conhecimento que o aluno deve produzir por si mesmo, o “trabalho do professor consiste, então, em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta [...]”. (BROUSSEAU, 1996, p. 49).

Por isso, a proposta de ensino através da problematização dos procedimentos e regras dos algoritmos, desde os primeiros anos do ensino fundamental, visa contribuir na potencialização da aprendizagem matemática a fim de gerar o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de compreensão dos alunos.

2 Contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Diante da mobilização de diferentes registros produzidos pelos alunos para promover situações de aprendizagem sobre os procedimentos dos algoritmos, a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval contribui na medida em que evidencia a

³ Duval (2003) denomina representação semiótica os diversos signos utilizados para representar o conhecimento matemático.

importância de diferenciar o objeto matemático de suas representações semióticas, além de contextualizar a atividade matemática, do ponto de vista cognitivo, através da variedade de representações semióticas utilizadas em matemática.

Nesse sentido, Duval (2003, p.14) considera que “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. Além disso, destaca que

[...]. Existe como que um “enclausuramento” de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem. (DUVAL, 2003, p.21)

Por conseguinte, ao conceber o aluno como sujeito ativo que constrói conhecimentos a partir da interação entre vários elementos que compõe a prática pedagógica – o professor, o meio, a linguagem, o aluno, o saber matemático e suas representações semióticas, Duval afirma que o objetivo do ensino da matemática, na formação inicial do aluno, é “contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização” (2003, p. 11).

A análise da utilização de diferentes registros de representações semióticas, durante a realização de uma atividade matemática, implica em identificar dois tipos de transformações de representações: os tratamentos e as conversões.

O tratamento é a transformação de uma representação semiótica em outra, onde esta se refere às operações dentro de um mesmo sistema semiótico. No exemplo a seguir, essa transformação de representação pode ser reconhecida na resolução de um mesmo cálculo de multiplicação, “ 12×8 ”.

Tratamento 1	Tratamento 2	Tratamento 3	Tratamento 4
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

$10 \times 8 = 80$ $2 \times 8 = 16$ $80 + 16 = 96$	$\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 16 \\ +80 \\ \hline 96 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 12 \\ \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$	<table border="1"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>6</td> <td></td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>6</td> <td></td> </tr> </table>	1	2	x	0	1	8	8	6		9	6	
1	2	x													
0	1	8													
8	6														
9	6														

Nessa perspectiva, as transformações de registros de representações semióticas, demonstram aspectos diferentes de um mesmo conceito matemático, portanto a possibilidade de compreensão integral de um determinado conceito se amplia e o aluno avança significativamente ao envolver um repertório cada vez maior de representações matemáticas. Segundo Duval (2003), a apreensão conceitual de um objeto matemático, denominada *noesis*, depende da produção de diferentes representações semióticas, denominada *semiosis*.

Diante disso, o trabalho em sala de aula com os diferentes tratamentos utilizados na resolução de um determinado cálculo viabilizam a elaboração de sequências didáticas com o objetivo de levar o aluno a compreender o processo e apreender os conceitos matemáticos envolvidos.

Com o objetivo de analisar algumas problematizações diante dos tratamentos, ou seja, das diferentes estratégias usadas para resolver um cálculo, a seguir são apresentadas três sequências⁴ que podem ser desenvolvidas nos anos iniciais do ensino fundamental e que serão objetos de estudo na oficina que será ministrada na IV Jornada Nacional de Matemática, na Universidade de Passo Fundo, no período de 06 à 09 de maio de 2012.

Sequência 1

Há muitas maneiras corretas de fazer a mesma conta. Por exemplo, para calcular $529+733$, Luiz resolveu desta maneira:

$$\begin{array}{r} 529 \\ + 733 \\ \hline \end{array}$$

500 20 9 + 700 30 3

$$1.200 + 50 + 12 = 1.262$$

⁴ As sequências didáticas foram adaptadas a partir de atividades contidas nos Cadernos de Atividades de Matemática do Ensino Fundamental I, elaborados pela equipe pedagógica da Escola de Ensino Fundamental St. Patrick, Passo Fundo – RS.

<i>Letícia resolveu diferente</i>	<i>Maurício assim</i>
$529 = 500 + 20 + 9$ $733 = 700 + 30 + 3$ <hr/> $1.200 + 50 + 12 = 1.262$	$\begin{array}{r} & & 1 \\ & & \downarrow \\ & 5 & 2 & 9 \\ + & 7 & 3 & 3 \\ \hline 1 & . & 2 & 6 & 2 \end{array}$

1) Sente com um colega e compare as três maneiras de resolver o cálculo e responda:

a) Como funciona a estratégia utilizada pelo Luiz e pela Letícia? O que elas têm de semelhante?

b) Onde está o número 12 da conta do Luiz e na conta do Maurício?

c) Porque na conta do Maurício não aparece o 50 das outras contas?

2) Calcule $258 + 945$ de duas maneiras diferentes. Você pode usar as estratégias do problema anterior e algumas diferentes.

Sequência 2

Para calcular $452 - 127$ três crianças fizeram de formas diferentes:

<i>Luciana</i>	<i>Mateus</i>	<i>Michele</i>
$\begin{array}{r} 452 \\ - 120 \\ \hline 332 \\ - \quad 2 \\ \hline 330 \\ - \quad \quad 5 \\ \hline 325 \end{array}$ <p style="text-align: right;">↖ 127 ↗ 127</p>	$\begin{array}{r} & 40 & & 12 \\ & \downarrow & & \downarrow \\ & 4 & 5 & 2 \\ - & 1 & 2 & 7 \\ \hline 3 & 2 & 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} & & 4 & & \\ & & \downarrow & & \\ & 4 & 5 & 2 \\ - & 1 & 2 & 7 \\ \hline 3 & 2 & 5 \end{array}$

1) Observe com atenção cada estratégia e depois faça uma comparação:

a) Explique como funciona a estratégia utilizada pela Luciana.

b) Na conta utilizada pelo Mateus aparece um 12 e um 40. Por quê? Como ele encontrou esses números?

c) Na conta utilizada pela Michele, onde aparece o 40 que o Mateus escreveu na sua conta?

2) Calcular $564-238$ usando as três estratégias apresentadas pelas crianças na tarefa anterior.

Sequência 3

1) Para resolver a conta $167 : 6$, foram usados as estratégias abaixo:

Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
$\begin{array}{r} 167 \\ - 60 \\ \hline 107 \\ - 60 \\ \hline 47 \\ - 42 \\ \hline 5 \end{array}$ <p> $10 \times 6 = 60$ $10 \times 6 = 60$ $7 \times 6 = 42$ $10 + 10 + 7 = 27$ </p> <p>resto: 5 quociente: 27</p>	$\begin{array}{r} 167 \\ - 120 \\ \hline 47 \\ - 42 \\ \hline 5 \end{array}$ <p> $20 \times 6 = 120$ $7 \times 6 = 42$ </p> <p>resto: 5 quociente: 27</p>	$\begin{array}{r} 167 \\ - 120 \\ \hline 47 \\ - 42 \\ \hline 5 \end{array}$ <p> $6 \overline{) 27}$ </p> <p>resto: 5 quociente: 27</p>

- Escolha uma das estratégias e explique quais são os procedimentos utilizados na resolução dos cálculos.
- Marque na **Estratégia 2** os dois números 60 e os dois números 10 que estão na **Estratégia 1**.
- Marque na **Estratégia 3** o número 120 e o número 20 que estão na **Estratégia 2**.
- Qual é a estratégia mais econômica? Justifique sua escolha.

Conclusão

A partir dos pressupostos apresentados, cabe destacar que a problematização diante dos procedimentos utilizados nos algoritmos permite ampliar as possibilidades de análise e compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos no processo de resolução de um cálculo.

De acordo com Mendonça (1996), antes de iniciar o trabalho com os algoritmos convencionais o professor precisa estar atento “para que **nada aconteça de modo mágico** para o aluno” (p. 75, grifo da autora), logo é necessário proporcionar diferentes situações para que haja a compreensão do funcionamento de cada algoritmo. Para isso, é muito importante que os professores conheçam diferentes estratégias de cálculo escrito e compreendam matematicamente os conceitos e procedimentos imbricados em cada processo algorítmico.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C. (org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p.48-72.
- CHARNAY, Roland. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C. (org.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p.36-47.
- DUVAL, Raymond. Registro de representação semiótica e o funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. (org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p.11-34.
- MENDONÇA, Maria do Carmo D. A intensidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-histórico-estrutural ou uma opção valiosa? *Zetetiké*, Campinas, v. 4, n. 5, p. 55-76, jan./jun. 1996.
- PANIZZA, M. (org.). *Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas Séries Iniciais*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.
- PONTE, J. P. Explorar e Investigar em Matemática: uma atividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n. 21, mar. 2010, p. 13-30. Disponível em: <http://www.fisem.org/web/union/revistas/21/Union_021_006.pdf> Acesso em: 06 maio 2011.